5. *Vyhot·skyy L. S.* Vospytanye tvorchestva, estetycheskoho suzhdenyya y tekhnycheskykh navykov / L. S. Vyhot·skyy. – M. : Pedahohyka, 1991. – 480 s.
6. *Kozlenko V. N.* Problema kreatyvnosty lychnosty // Psykholohyya tvorchestva: obshchaya, dyfferentsyal'naya, prykladnaya / V.N. Kozlenko. – M., 1990. – 224 – S. 76.
7. *Ponomaryev Ya. A.* Psykholohyya tvorchestva / Ya.A. Ponomaryev. – M. : «Nauka», 1988. – 303 s.

Попова А. Д. Личностно-ориентированный подход в методике обучения старшеклассников дизайну одежды во внешкольных учебных заведениях.

В статье рассматривается особенности внедрения личностно-ориентированного подхода в методику обучения старшеклассников дизайну одежды во внешкольных учебных заведениях на примере дизайн-студии. Раскрыто вопрос одного из важнейших целевых векторов в личностно-ориентированном подходе – развитие креативности.

Ключевые слова: *Личностно-ориентированный подход, методика обучения дизайну одежды, внешкольные учебные заведения, дизайн-студия, креативность, развитие креативных способностей.*

Popova G. Student-centered approach to teaching methodology fashion design school students in out-of-school educational institutions.

The article discusses the features of the implementation of a student-centered approach to the methodology of teaching fashion design school students in out-of-school education as an example of the design studio. Opened question one of the major targets of the vectors in the student-centered approach – the development of creativity.

Keywords: *student-centered approach, methods of teaching fashion design, out-of-school educational institutions, design-studio, creativity, development of creative abilities.*

УДК 378

Працьовитий М. В., Ленчук І. Г.

ЕВКЛІДОВА ГЕОМЕТРІЯ: КОНСТРУКТИВНА СКЛАДОВА

У роботі обґрунтовується доцільність посилення конструктивної складової у геометричних курсах (шкільних та університетських). Для цього пропонується відповідне змістове наповнення з тлумаченням термінів "конструктивізм" та "конструктивна геометрія" і методів візуальних наочно-образних дій, на базі яких реалізується конструктивний підхід до вивчення геометричних об'єктів (фігур та відношень). Окреслюються основи для автономії конструктивної геометрії з описом її характерних для неї рис (ознак). Наводяться аргументи можливого введення самостійного курсу (розділу) "Конструктивна елементарна геометрія", що ґрунтується виключно на конструктивних геометричних ідеях.

Ключові слова*: конструктивізм в геометрії, конструктивна геометрія, бінарне моделювання, унаочнення, геометризація пропозицій.*

Математика – унікальна наука зі своєрідним критерієм істинності (логічна несуперечливість), яка розвивається як на основі потреб людської практики, так і на основі внутрішньої логіки розвитку. Вона не вивчає фрагментів навколишнього світу, а тому є неприродничою наукою, але вивчає його зрізи – кількісні відношення, просторові форми та відношення, випадковість і окрему форму детермінованості (функціональну), єдина з наук, яка вивчає різні грані (форми) нескінченності, допомагає зрозуміти світ в динаміці та розвитку і фрактальну його природу. Математика є *універсальною всесвітньою мовою науки і техніки*, потужним, ефективним знаряддям *моделювання об'єктів, процесів і явищ* навколишньої дійсності, засобом компактизації та збереження інформації. Вона має два "рівноправних" крила: теоретична та прикладна математика.

Заняття математикою – чудовий засіб розвитку уяви та мислення, психічних якостей особистості, сфера її прояву.

Математична освіта є чи не найважливішою компонентою загальноосвітньої, практичної та професійної підготовки особистості.

Геометрія, як одна зі складових математики, уявляє собою загальну *науку про просторові форми та відношення* і вивчає характеристики об'єктів реального світу в найбільш абстрактних образах, істотно нехтуючи їх конкретним змістом. Абстрактний характер геометрії дозволяє ефективно залучати до її розбудови **дедуктивний метод**, тобто логічне виведення фактів та закономірностей із незначного числа основних положень – аксіом, спираючись на властивості первинних понять.

Геометрична мова стосовно різноманіття плоских і просторових форм дає до послуг **дедукції** уявлювано правильне наочно-образне знаряддя, якого вона потребує для здійснення при змозі безпомилкового переходу від умови пропозиції до висновку. Суб'єкт навчання, вчитель, учений, який використовує в дедуктивних міркуваннях зображення, виконані за чіткими правилами проекціювання, *починає з **аналізу*** розміщень елементів геометричних фігур, зумисне представлених якісним рисунком. Далі, *за нормами **логіки***, шляхом закономірних перетворень, а також символічно поданих взаємних виражень приходить до остаточних візуально зафіксованих і (або) формально виведених співвідношень чи функціональних залежностей, які йому потрібно перевірити. Тоді символи він повинен замінити числами, щоб здобути кількісні результати, які потрібно порівняти з експериментально отриманими даними, зокрема заміряннями на якісному наочному рисунку. Така *схема дедуктивних міркувань*, де уявлення, наочно-образні динамічні перетворення і відомі факти, логічні умовиводи є засобами графічних (графоаналітичних) і розрахункових операцій, притаманна методології більшості геометричних досліджень.

У розбудові геометрії помірковане сприйняття *абстракцій*, *практичні спостереження*, *емпіричні* (підкріплені *досвідом,* практичними) умовиводи відіграють немаловажну роль не лише на етапі виникнення найпростіших і основних понять, але й базових положень науки (математичні структури і теорії). В цілому ж, розв'язання практичних завдань сьогодення в будь-якій галузі науки і техніки, народного господарства, де до справи залучаються оригінали геометричні форми, теж потребує вказаних якостей.

Та все ж таки, геометрія вирізняється серед галузей математики своєю *винятковою естетичною привабливістю, **візуалізованою** красою.* Ще І. Кеплер (1571–1630 рр.) був переконаний, що "***Геометрія є прообразом краси світу***". Це – **найперша з наук**, яка з давніх-давен вважалася *неперевершеною школою мудрості.* Вивчення науки "Геометрія" розвиває і відшліфовує мислення. Є історичним факт, що над входом до Академії, заснованої давньогрецьким геометром і філософом Платоном, було викарбовано напис: "Не заходь необізнаний із геометрією"!

Красномовно ідеалізував геометрію академік О. Д. Александров. На його переконання, "Особливість **елементарної геометрії** серед інших розділів математики полягає в тому, що вона *об'єднує в собі сувору логіку з наочним уявленням, логічний аналіз – із цілісним синтетичним сприйняттям предмета.* Можна сказати, що по суті своїй *геометрія і є не що інше, як органічне поєднання суворої логіки з наочним уявленням: наочне уявлення пройняте і організоване суворою логікою, і логіка, пробуджена наочним уявленням.* Там, де немає однієї з цих складових, немає також істинної геометрії" [1, с. 282-283].

Окрім того, геометрія містить в собі ще й третю кардинально важливу складову становлення особистості, а саме: *вміле застосування усталених закономірностей до реальних речей.* Цей "трикутник" являє собою "***душу* викладання *геометрії***". Притому уявлення від реальності розташовується дистанційно ближче, ніж логіка. Саме тому, на думку О. Д. Александрова, "*Завдання викладання геометрії* – розвинути в тих, хто вчиться, відповідні три якості: ***просторову уяву, практичне розуміння і логічне мислення***" [2, с. 57]. З огляду на неабияку значущість для особистісного розвитку дитини, *це – глибинні освітянські завдання.* Над їх ефективним вирішенням й повинен працювати кожен педагог-математик.

Відомий вчений констатував *нерозривне переплетіння* в геометрії ***логіки речей***,

наочного уявлення і практичного розуміння. Тут одне без іншого не життєдайне. До того ж, як свідчить досвід, *не звертаючись до методів конструктивізму*, які зримо проявляються у вирішенні суто геометричних пропозицій, *неможливо ефективно представити такі тісні зв'язки*. Отож, без фахового подання у студентській аудиторії курсу "*Конструктивна геометрія*" (в якості навчального), *головним діючим об'єктом якого є* ***геометрична фігура***, *а головними засобами навчання –* ***візуальний*** *проекційний* ***рисунок*** та ***логіка*** людського ***розуму***, неможливо викликати справжню цікавість до першонауки і домогтися системного засвоєння суб'єктами навчання такого потужного, самобутнього, специфічного **методу пізнання світу, яким є "Геометрія"**. *Оволодіння цим методом – одна з найважливіших цілей освіти*! *Й у першу чергу, для майбутнього педагога-математика.*

Тому існує потреба у переусвідомленні місця, ролі і значення геометрії як навчальної дисципліни у формуванні інтересу до науки в цілому і математики зокрема, гармонічного поєднання її методів, зокрема ідей конструктивізму, рафінованого втілення їх у викладі навчального матеріалу з постійним акцентуванням природності підходу та аналогій в діяльності, в практичності та оптимальності алгоритму дій. Терміни "конструктивізм" та "конструктивна геометрія" має бути надійно вмонтований в якісно вибудовану геометричну теорію, яка шорокомаштабно використовує методи візуальних наочно-образних дій, що ґрунтуються на конструктивних підходах.

Що ж собою представляє "**Конструктивна геометрія**"?

Термін "конструктивізм" уособлює *авангардний напрям* у творінні та популяризації простих, логічних і функціонально виправданих форм, до діла розроблюваних конструкцій в архітектурі, техніці, образотворчому мистецтві, естетичному оформленні та декоративно-прикладному мистецтві, художньому конструюванні меблів, посуду, моделей одягу, книг тощо. Конструктивізм, як течія оформлення матеріального середовища, в якому проживає людина й ефективно використовує нову техніку, притаманний періоду кінця 20-х початку 30-х рр. XX століття. Його зримі виявлення характеризуються **геометризмом**, строгістю, *лаконічністю і гармонією форм, монолітністю зовнішнього вигляду*.

Конструктивізм *математичний* – це напрям у математиці та побудовані на його основі математичні теорії (конструктивні логіка та теорія множин, аналіз, арифметика, тощо). За його канонами, основним у побудові математичних теорій є **конструктивно-генетичний метод**, згідно якому будь-який математичний об'єкт і будь-яке твердження про нього повинні бути результатом *діяльності мислення* з побудови більш складних конструкцій із простих, за визначеними простими й такими, що легко контролюються правилами побудови – алгоритмами, які дозволяють із допомогою скінченного числа кроків, скінченного числа операцій за скінченний час однозначно одержати результуючу конструкцію.

Конструктивізм *геометричний* стосується **побудов**, **конструювання**, що цілком відповідає суті терміну "*constructivus*".

В евклідовій геометрії синтезується **інтуїтивність** сприйняття об'єктів і чітка **логіка** міркувань. Тобто евклідова геометрія поєднує дві протилежності в математиці: **інтуїтивізм** ***бачення*** фігур ***і логізм у пошуку зв'язків*** між їх елементами. Зі слів А. Пуанкаре, "**Логіка** підказує нам, що на такому-то шляху нас, напевно, не спіткають перешкоди, проте вона не вказує, який шлях веде до мети. Для цього *треба бачити мету*, а здібність, що навчає нас її бачити – це **інтуїція**. Без неї геометр уподібнився б до того письменника, що бездоганно знає правопис, але не має думок" [13, с. 163-164].

Поряд із цим, геометрія з поняттями і фактами в наочно-образному, візуальному представленні ***втілює в собі графічну мистецьку красу***. Зріло організований, творчо інтерпретований системний принцип подання евклідової геометрії на основі ***конструктивного підходу***, вміла демонстрація уявлювано-рисункового вирішення строго геометричних пропозицій усіма можливими методами в зіставленнях слід вважати *мистецтвом педагога*.

Фактично "Геометрія" є містком між образами, які ми сприймаємо візуально, і чіткою логікою міркувань, що в наочно-образному вираженні найкраще демонструє курс "Конструктивна елементарна геометрія".

Рівень мислення абстрактними просторовими образами і геометричними категоріями випускників ЗОНЗ, як це випливає з порівняльного аналізу щорічних контрольних зрізів знань, умінь і навичок студентів першого курсу, постійно падає. Об'єктивно одержані показники наводять на думку про наявність кризових тенденцій у навчанні евклідової геометрії у ВПНЗ, які готують учителів математики, що помітно проявляється *в тенденційній популяризації формальних прийомів і методів* подання геометричних курсів, *зумисному нехтуванні їх конструктивною складовою, найперше задачами, наповненими геометричним змістом.*

Такий стан справ із підготовкою майбутніх учителів пояснюється тим, що в науково-методичних дослідженнях в останні десятиліття удосконалювалася лише теоретична база напряму "геометризації" геометрії, тоді як зміст, суто геометрична складова диво-науки, методика її пізнання залишалися незмінними. Наприклад, теорія вільного виконання креслень-картин та узаконених стереометричних побудов на кресленнях-моделях, яка детально опрацьована в роботах М.Ф. Четверухіна і його однодумців, завдячуючи авторитету знаних геометрів і методистів, вважалася непохитною, єдино правильною, хоч і була значною мірою привнесена з технічних ВНЗ у педагогічні (В.М. Костіцин), й тому малоефективною у специфічній студентській аудиторії, *науково і методично слабо пристосованою* до процесу поступового накопичення *професійних* зображувальних навичок і вмінь.

Виокремимо характерні риси конструктивної геометрії.

1. Бінарне геометричне моделювання.

Науково-технічний прогрес у провідних сферах виробництва, побуту та громадського життя людини, повномасштабна комп'ютеризація суспільства природно, шляхом використання особливого програмного забезпечення специфічного конструкторського напрямку спонукали до створення базово-комп'ютерного навчального середовища в математичній освіті, що поліпшує в цілому розуміння сутності та значущості математики, зокрема теорії й практики зображень плоских і просторових фігур на картинній площині. Тепер *математику розглядають як сукупність знань про математичні моделі* (В. І. Арнольд, Л. Д. Кудрявцев, І. М. Яглом та ін.), а **закономірні зображення і побудови на них** – **як** ***геометричне моделювання***, що особливо широко використовується для розв'язання практичних задач у різних сферах науки, техніки, економіки і виробництва засобами **прикладної геометрії** (І. І. Котов, А. В. Павлов, В. Є. Михайленко, В. О. Надолінний та ін.). Основоположник сучасної аеродинаміки М. Є. Жуковський підкреслював: "**Моделювання** *стоїть поряд із геометричним тлумаченням і представляє ще вищий ступінь наочності*" [4, с. 608].

Змістом геометричного моделювання (В. М. Костіцин, В. М. Несвідомін) є лінійні бінарні площинні моделі тривимірного простору і евклідові метрики на них. **Модель *геометричної фігури – це ізоморфний образ уявлюваного оригінала*.** Таке розуміння зображення-моделі в більшій мірі, ніж традиційне, відповідає **психологічному принципу ізоморфізму** формування структури просторового мислення суб'єктів навчання (В. Г. Болтянський, Л. Б. Ітельсон, Ж. Піаже, І. С. Якиманська та ін.), задовольняє в цілому загальним вимогам навчального процесу і, зокрема, у зв'язку з широким використанням сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, володіє помітними методичними перевагами та відображає новітнє розуміння суті математики і її першородної гілки – "Геометрія". Крім того, комп'ютерне моделювання геометрії сприяє створенню обчислювальних основ візуальної реалізації на екранах ПК методів пошуку інциденцій і вимірювань, які в середовищах комп'ютерної графіки сприяють кращому "баченню" ситуації, знімають трудомісткість графічних побудов, забезпечують їх високу точність та усувають складність формального опису, аналітичного і прикладного моделювання.

Наголосимо на двоякій ролі навчальних моделей. Проф. М. Ф. Четверухін вирізняв

креслення-картини із **креслень-моделей** [16]. Він указував, що між обома видами моделей існує суттєва, глибоко принципова відмінність. Тоді, як креслення-картини зобов'язані максимально залишати свободу дій за виконуючим їх педагогом, тобто надавати йому можливість вільного вибору елементів зображення (наприклад, у теоремах чи задачах на обчислення), креслення-моделі мають слугувати *ефективному* візуальному розв'язуванню задач графічними (графоаналітичними) методами, на них не дозволяється необґрунтовано вибирати ті чи інші елементи, оскільки шлях до результату визначається в аналізі задачі схемою закономірних побудов.

2. Унаочнення геометричного матеріалу.

При введені нових понять, доведенні закономірних фактів і розв'язуванні задач геометрії однією з необхідних умов забезпечення ефективності навчання дисципліни є реалізація **дидактичного принципу наочності**. Рисункове моделювання – найбільш доступний, матеріально найменш збитковий спосіб унаочнення. **Психологи під наочністю розуміють** *аналітико-синтетичну **діяльність** суб'єкта навчання відносно оригінальних предметів і явищ.* У геометрії наочність сприяє утворенню зрозумілих і точних образів уявлюваних геометричних фігур, виконанню перетворювальних динамічних операцій із ними, полегшує перехід від сприйняття конкретних елементів фігур до абстрактних понять про них через візуальне з'ясування і констатацію розумом схожих спільних істотних властивостей. ***Психологи та фізіологи*** *вважають*, що *виключно* ***шляхом*** **активізації** ***наочно-образного мислення*** (зокрема, через візуалізацію геометрії) *потрібно розвивати і удосконалювати особистісне* ***логіко-вербальне мислення***.

Креслення, *за крилатим висловом Г.Монжа, є міжнародною мовою техніки.* За допомогою одно (чи кілька) картинних проекційних креслень технічно грамотний фахівець (архітектор, конструктор тощо) відтворює на папері свої ідеї, творчі задуми, а робітник втілює їх у спорудах чи виробах. Ефективність та якість цих надто важливих виробничих документів немислимі без **двох** кардинальних фахових вимог до них: **наочності** та *зручновимірності*.

Наочність – це здатність зображення викликати в людини зорове уявлення схоже з тим, яке викликає оригінал. Іншими словами, спостерігач, що розглядає наочне зображення, без попередньої підготовки і додаткових пояснень мав би чітко зрозуміти, який саме просторовий об'єкт відтворено за законами проекціювання на плоскому екрані. Отже, ***модель-зображення***, *по суті геометричної форми оригінала, ідентифікує (замінює) його.*

Наочність, *як* фундаментальний *принцип дидактики*, був уперше сформульований Я. А. Коменським. Він вважав, що "не зі словесного тлумачення про речі, але з реального спостереження за ними" ***має розпочинатися всяке навчання***. "Золоте правило дидактики" Я. А. Коменського свідчить: "...Все, що лише можна, слід подавати для сприйняття чуттями, а саме: видиме – для сприйняття зором, чуване – слухом, запахи – нюхом, що підлягає смаку – смаком, підвладне дотику – чуттям дотику. Якщо які-небудь предмети відразу можна сприйняти кількома відчуттями, нехай вони схвачуються кількома відчуттями" [6, с. 302-303].

Погляди Я. А. Коменського підтримали і розвинули великі педагоги минулого Й. Г. Песталоці й К. Д. Ушинський. Зокрема, К. Д. Ушинський стверджував, що **наочне подання фактів** – "це таке учіння, яке будується не на абстрактних уявленнях і словах, а на конкретних образах, безпосередньо сприйнятих дитиною. ... Цей хід учіння, ***від конкретного до абстрактного, від уявлення до думки*** настільки природний і ґрунтується на таких прозорих **психічних** законах, що *відкинути його необхідність може лише той, хто взагалі відкидає потребу рахуватися в навчанні з вимогами людської природи в цілому і дитячої особливо*" [14, с. 265-266]. Вислів надто переконливий, залишається лише не байдуже реалізовувати його суть.

Психологічні дослідження стосовно використання різних засобів наочності проводили Л. В. Занков, Л. І. Мендельштам, І. М. Соловйов, Н. А. Усова, Л. М. Фрідман, Ж. І. Шиф та ін. За Л. В. Занковим, наочність учіння і виховання передбачає як широке використання зорових відчуттів, сприймань, образів, так і постійне опертя на свідчення органів чуття, дякуючи яким досягається безпосередній контакт із дійсністю [5]. Л. М. Фрідман, у сучасному трактуванні дидактичного принципу наочності, наголошує на його ролі в підвищенні якості засвоєння знань й умінь, в удосконаленні управлінської діяльності вчителя. Резюмуючи власні наукові пошуки, проф. Л. М. Фрідман підкреслював, що "*наочність – це розуміння і активність*" [17, с. 60]. Н. А. Усова кваліфікувала *наочність як категорію психології і дидактики*, котра забезпечує зв'язок між конкретним і абстрактним, що сприяє розвитку мислення, а в багатьох випадках служить його надійною опорою [16]. Ми ж вважаємо, що наочність – це ще й мотивація до пізнання геометричної краси.

В "Педагогічному словнику" наочність означується як "***дидактичний принцип***, згідно якому научіння будується на конкретних образах, безпосередньо сприйнятих учнями" [11, с. 727].

Отже, педагогічно виважене **унаочнення** навчання, кваліфіковане впровадження ідеї конструктивізму призвані сприяти схопленню, осмисленню і узагальненню матеріалу, який вивчається, а формування графічної культури засобами геометрії невід'ємне від просторового мислення, що реалізується при візуальному моделюванні – розв'язуванні задач на обчислення, доведення і побудову чи то графічно, чи то графоаналітично.

3. Геометризація пропозицій.

Навчаючи геометрії у профільних класах, потрібно якомога більше уваги приділяти різнохарактерним і різного рівня складності творчим задачам. Негоже учням формулювати задачі, які розв'язуються за зразком чи в один-два кроки з підстановкою у відомі формули. Цікаві лише ті задачі, які мають "родзинку", творчий елемент на шляху до результату. Ми цілком погоджуємося із проф. І. Ф. Шаригіним, котрий писав: "Я певен, *неприпустимо пропонувати задачі мінімального рівня*, на трійку. Задача повинна бути нормальною задачею, а оцінювати ми повинні, наскільки далеко відійшов учень від нуля і наблизився до повного розв'язання" [19, с. 75-76]. У підборі задач величезну відповідальність несе вчитель. Наведемо приклади (див. детально [3, 7]).

Задача 1. *Знайти геометричне місце точок (ГМТ), з яких даний відрізок видно під даним кутом.*

Як умотивовано потрібно шукати геометричні місця суто геометричним методом? Це доцільно робити за такою схемою:

1. ***Будуємо*** *кілька точок шуканого геометричного місця і намагаємось знайти закономірність їх розташування.*

2. ***Висловлюємо*** *гіпотезу щодо фігури, якою має бути шукане* ГМТ.

3. ***Розглядаючи*** *відповідні пряму й обернену (протилежну) теореми,* ***доводимо*** *тотожність шуканого геометричного місця і гіпотетичної фігури.*

Задачі на **відшукання** ГМТ тісно пов'язані із задачами на **побудову**. Більше того, *часто таку задачу вирізняють саме як задачу на побудову.* І, отже, в цьому випадку розв'язування задачі розпадається на дві частини: ***відшукання*** **ГМТ** ***та його побудова***. *Таким чином, побудова* ГМТ *– інша задача, ніж його відшукання* (задача 2).

Задача 2. *Побудувати* ГМТ, *із яких даний відрізок видно під даним кутом* ([12], § 11, задача 58).

Задача 3. *У правильній чотирикутній піраміді зі стороною основи a побудовано переріз, що проходить через вершину основи перпендикулярно до протилежного бічного ребра. Знайти його площу, якщо бічне ребро піраміди утворює з її висотою кут* 30° ([8], р. VI, §3, задача 3).

Зробимо спочатку кілька принципових методичних зауважень по суті авторського подання задачі в зазначеній книзі (рис. 1).

1. Рисунок 200 першоджерела [8] є кресленням-картиною (точку N на ребрі SC вибрано довільно), чого, загалом, цілком досить для його аналізу, тобто для ефективного використання в якості "ключа" у відшуканні шляху розв'язання задачі на обчислення. Саме такі допоміжні проекційні креслення є часто вживаними у стереометрії ЗОШ.

2. Пояснення стосовно побудови чотирикутника $AKNL$ перерізу піраміди площиною описані геометрично слабко, не переконливо, оскільки з них не зрозуміло, як у гранях SBC і SCD перпендикулярно SC проведені відрізки KN і LN, де на ребрах SB і SD узяті точки K і L?

3. Кут у 30° між бічним ребром і висотою піраміди дає можливість швидко і якісно виконати проекційний рисунок як креслення-модель. Справді, зовсім неважко помітити, що $\angle ASC$=60°, а трикутник ASC – рівносторонній. Тому відрізок AN є не лише висотою, а ще й медіаною цього трикутника ($AN \perp SC$, $SN=NC$). Отже, одна із прямих, визначальних для січної площини і фігури перерізу, вже побудована. Далі, AN перетинає висоту піраміди SO в точці Q. Провівши через точку Q пряму, паралельну BD, в її перетині з ребрами SB і SD знаходимо відповідно точки K і L – ще дві вершини чотирикутника перерізу $AKNL$. Пряма KL є другою з визначальних прямих (які перетинаються) січної площини і шуканої фігури перерізу. Вона теж перпендикулярна SC, адже $KL \parallel BD$, а $BD \perp AC$ (діагоналі квадрата перетинаються під прямим кутом); AC, у свою чергу, вміщує проекцію OC ребра SC на площину основи піраміди, тому, згідно з теоремою про три перпендикуляри, $SC \perp BD$. Якраз такими поясненнями мали б формуватися чіткі посилання на теорему "про два перпендикуляри".

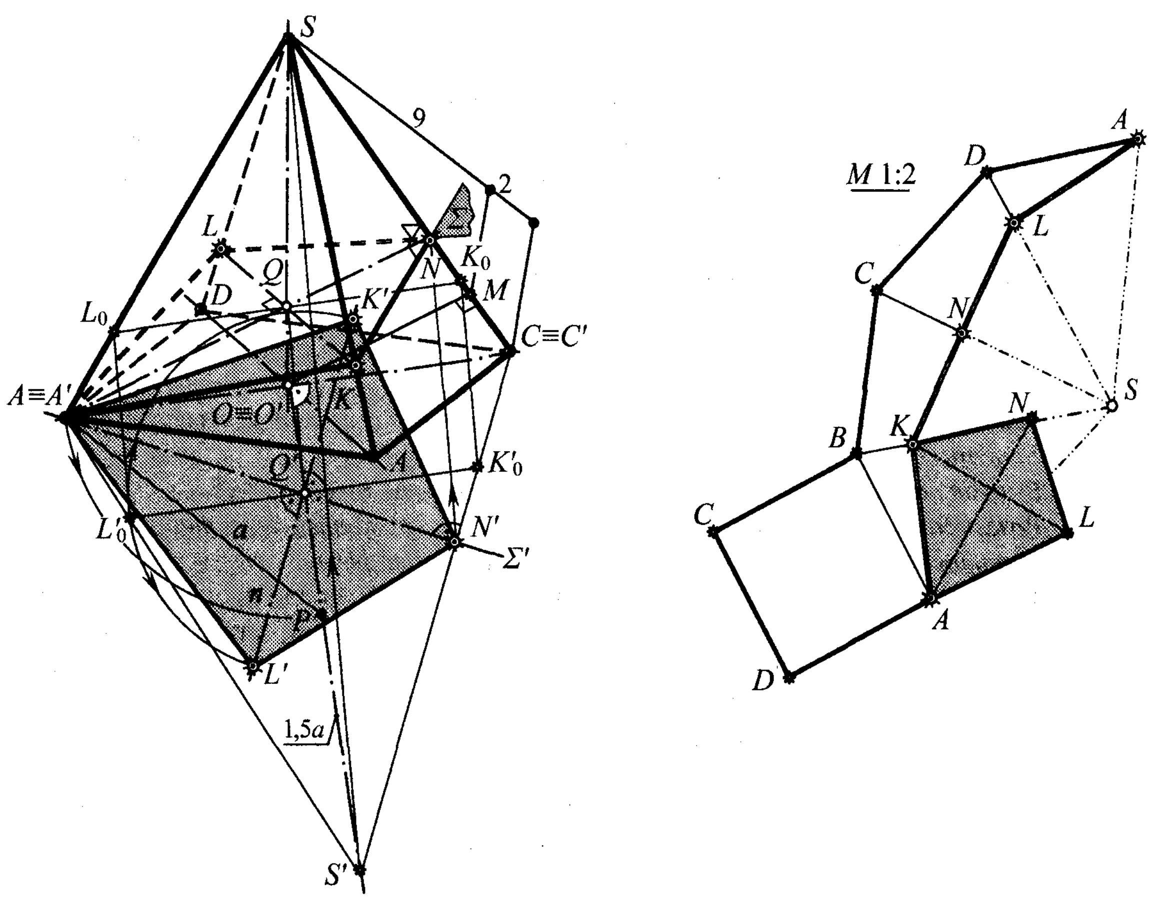

Рис. 1

Таким чином, в оригінальному варіанті, в найпростішій стереометричній ситуації *конструктивною складовою задачі просто знехтували*!

4. Завдячуючи тому ж куту з умови ($\angle ASO$ = 30°), обчислювальний етап задачі (відсутній у книзі) – тривіальний. Оскільки $AN \perp KL$ (згідно з теоремою про проекціювання

прямого кута), чотирикутник $AKNL$ є дельтоїдом і $S_{ANKL} = = \frac{1}{2} AN \cdot KL$. Відрізок $AN = a\sqrt{\frac{3}{2}}$ знаходимо як висоту рівностороннього трикутника ASC зі стороною $AC = a\sqrt{2}$ (SO і AN – висоти та ще й медіани цього ж таки трикутника).

Врахувавши, що трикутники SKL і SBD – подібні, а $SQ = \frac{2}{3} SO$, матимемо $KL = \frac{2}{3} BD = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$. Остаточно знаходимо: $S_{ANKL} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Тепер зумисне ускладнимо умову задачі та наповнимо висновок винятково геометричним змістом ("перекладемо" на мову геометрії), чим унаочнимо її й зробимо істинно стереометричною.

Задача 3. *Правильну чотирикутну піраміду зі стороною основи a і висотою* 1,5*a* *перетнуто площиною, яка проходить через вершину основи і є перпендикулярною до протилежного бічного ребра.* ***Побудувати*** *переріз піраміди площиною*; ***встановити форму та обчислити площу*** *фігури перерізу двома способами*: формально-логічно та графічно; ***оцінити похибку*** графічних операцій; ***побудувати*** на цупкому папері ***розгортку*** *зрізаної піраміди та* ***склеїти модель*** (рис. 1).

Очевидно, що така образна інтерпретація спершу тривіальної ситуації з указаною пірамідою міняє місцями пріоритети, а саме, на перший план виступає конструктивна, суто геометрична складова в розв'язанні задачі, адже спочатку потрібно строго змоделювати фігуру перерізу піраміди площиною, встановити її оригінальну форму або, що однаково, знайти зображувальну площу, оцінити точність графічних дій та ще й побудувати розгортку зрізаної піраміди і власноруч оформити (склеїти) останню її моделлю. Формально-обчислювальний етап теж не забутий, оскільки умовою передбачено вираження площі чотирикутника $AKML$ формулою – функцією від a.

Задача 4. *Ребро куба дорівнює a. Знайдіть відстань від вершини куба до його діагоналі, яка з'єднує дві інші вершини* ([12], §5, задача 36).

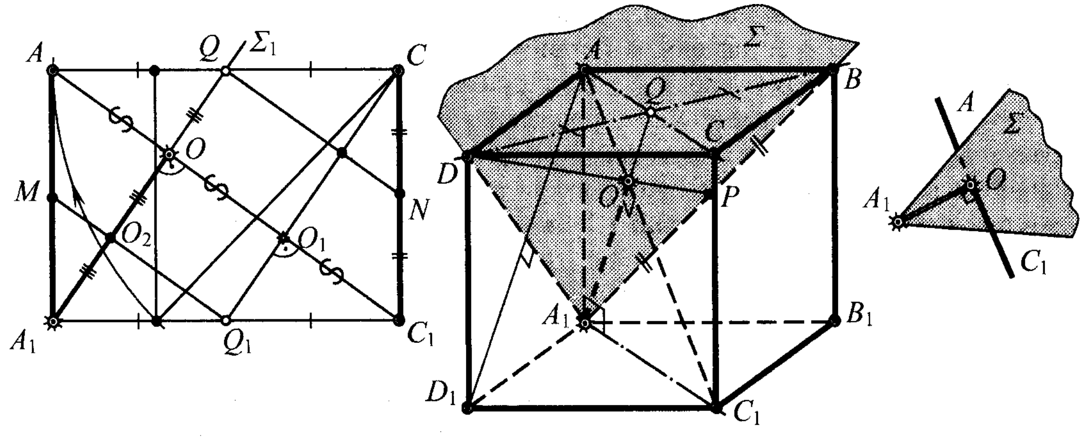

Рис. 2

Відразу підкреслимо, що в підручнику цій задачі присвоєно "зірочку". Проте очевидно, що в такому формулюванні вважати її стереометричною можна лише умовно, оскільки вона відразу ж зводиться до планіметричної. Для цього досить (рис. 2) вершину куба A_1 і діагональ AC_1 віднести до прямокутного трикутника AA_1C_1 ($\angle A_1 = 90°$), в якому катет

$AA_1=a$, катет $A_1C_1 = a\sqrt{2}$, а гіпотенуза $AC_1 = a\sqrt{3}$. Залишилося скористатися або відомими формулами площі трикутника, або його середніми геометричними, щоб знайти шукану відстань A_1O як висоту, проведену з вершини прямого кута A_1 на гіпотенузу AC_1: $A_1O = a\sqrt{\frac{2}{3}}$. Й це все. Майже "**усні**" міркування!

Задача, що має характер вправи, за змістом і новизною стереометричних залежностей малоінформативна, не розвивальна. Її у класах технологічного й природничо-математичного напрямів профільного навчанням розв'язують ***без рисунка***, ***в уявленнях***, адже куб – це одна з найпростіших фігур. Отож, умову задачі потрібно "перекласти" на мову геометрії, як-от:

Задача 4. "*Ребро куба дорівнює а.* ***Опустіть*** *перпендикуляр із вершини куба на його діагональ* (**п'ятьма** різними способами), *що з'єднує дві інші його вершини.* ***Знайдіть*** *довжину перпендикуляра формально-логічно і графічно*; ***оцініть*** *похибку графічних операцій*".

Можна припустити, що саме таке ***геометричне підсилення*** висновку й мав на увазі автор, відносячи задачу до вищої категорії складності.

Зрозуміло, що більш потужне змістове формулювання умови задачі передбачає, найперше, певні уявні та графічні стереометричні перетворення, які конструктивно пов'язують шуканий відрізок A_1O з елементами куба, й лише потім – алгебричне вираження і обчислення довжини останнього.

Дуже важливо, що схожу геометризацію задач на обчислення (яких у збірниках задач безліч) у змозі робити кожен учитель. Така діяльність додає віри в геометрію, мотивує студентів й учнів на більш тісне знайомство з нею. Суб'єкти навчання очевидячки *переконуються: диво-наука істинно "жива", вона справді "працює" і "я це бачу"!*

Переважну більшість геометричних фігур, відношень, груп перетворень, які є предметом вивчення для студентів ВНЗ, прийнято називати евклідовими. Традиційний курс **аналітичної** геометрії знайомить з об'єктами евклідового простору засобами алгебри за допомогою методу координат із використанням різного роду систем (афінних, декартових, полярних, барицентричних тощо). Така складова фундаментальної та професійної підготовки надто важлива в час домінування в усіх сферах життя комп'ютерної техніки, ІКТ та ППЗН. Не виходить за межі евклідової і **диференціальна** геометрія. Більше того, суто геометрична складова **математичного аналізу** є виключно евклідовою. У свою чергу, **проективна** геометрія включає в себе афінну, а остання – евклідову. Її методом є метод проекцій у розширеному евклідовому просторі. **Нарисна** геометрія теж евклідова, оскільки в ній звичайні позиційні та метричні пропозиції візуально подаються кількакартинними зображеннями Г. Монжа. Без нарисної геометрії немислиме креслення, а отже жодна галузь машинобудування, будівництва і архітектури тощо. Виключення складають лише **топологія** та розділи **неевклідових геометрій** (Лобачевського, Рімана і сферична геометрія) в курсі "**Основи геометрії**".

Отже, яким ми бачимо означення конструктивної геометрії?

"**Конструктивна геометрія**" (схема 1) в цілому – *це окрема компонента дисципліни* "Геометрія", *засобами якої вирішуються питання геометризації, візуального унаочнення об'єктів, понять і фактів найпершої з наук, розробляються і впроваджуються у практику дієві* ***графічні*** *та* ***графоаналітичні методи*** *динамічного* ***моделювання*** *– розв'язування різнохарактерних і різнорівневих* **позиційних** і **метричних** *пропозицій* на площині й у просторі.

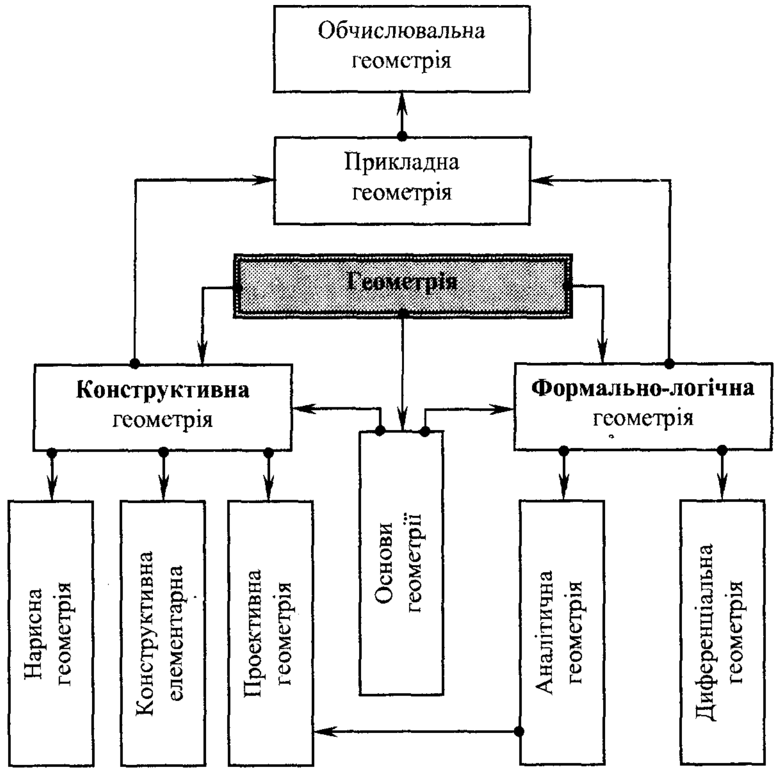

Схема 1

Розділ "Конструктивна геометрія" включає в себе три складові: "Нарисна геометрія", "Конструктивна елементарна геометрія", а також "Проективна геометрія". Кожна з цих **самобутніх гілок** передбачає ґрунтовне володіння *основами евклідової геометрії*, котрими традиційно переймаються в ЗОНЗ. Окрім того, без конструктивної (як, до речі, й без формальної) геометрії немислима "Прикладна геометрія", а без останньої – жодна галузь сучасного високотехнологічного виробництва.

Конструктивна елементарна геометрія має бути предметом вивчення не лише в педагогічних університетах, але й у профільних класах ЗОШ. Адже саме шкільна геометрія вміщує в собі явно виражені розділи конструктивізму: геометричні побудови на площині (7-9 класи); моделювання зображеннями стереометричних тіл і їх комбінацій; наочно-образна позиційна і метрична геометрія, що реалізується в задачах (10-11 класи).

Чи можна назвати подану структурну схему усталеною, безкомпромісно категоричною? Звичайно, що не можна.

Приміром, у проективній геометрії теорема Дезарга абсолютно строго доводиться шляхом використанням методу центральних проекцій, понять належності точок, прямих і площин та завдячуючи чітким формально-логічним міркуванням. Хоч усім відомо, що основна теорема цього курсу на площині й у просторі може бути доведена виключно рисунком, без жодних коментарів вербального характеру. У свою чергу, в нарисній геометрії, посилаючись до синтетичного методу міркувань (із наочним рисунковим супроводом), логічно строго доводиться основна теорема метрики – теорема про проекціювання прямого кута, без якої нарисна геометрія немислима.

З іншого боку, як прозоро, доступно в розумінні вивести формулу відстані від точки до прямої в аналітичній геометрії, не уявивши, не змоделювавши у просторі покрокову схему розв'язання однієї з основних метричних задач? Як у курсі диференціальної геометрії подати, скажімо, теорему Меньє або формулу Ейлера з їх геометричним змістом, ігноруючи образні супутні рисунки? Звісно, гіпотетично анонсований, вигаданий нами варіант дій у вирішенні даних питань малоймовірний, адже він – педагогічно не коректний.

Схожих прикладів можна навести багато. Ними ми демонструємо тісне переплетіння наочності й логіки міркувань. В геометрії ці категорії присутні кожна в іншій, дієво доповнюючи і прикрашаючи диво-науку в цілому. Нереально розділяти природні компоненти мислення людини.

Активне впровадження конструктивних прийомів в евклідовій геометрії – це шлях на інтенсифікацію досягнення цілей, диференціацію та інтеграцію змісту курсу. Залучення наочно-образних способів представлення фактичного матеріалу, його викладання й учіння шляхом геометричного моделювання надто знадобиться в майбутній професійній діяльності та в інших сферах суспільного буття, посприяє ефективному накопиченню знань, умінь і навичок у вирішенні завдань практичного, прикладного характеру.

Невідворотність цілеспрямованого, все більш помітного вкраплювання елементів конструктивного моделювання підкріплюється факторами підняття "живого" інтересу особистості учня до предмету "Геометрія", формуванням усталеного мотиваційного компоненту в їх навчанні й суспільному бутті, психофізіологічними особливостями функціонування правої і лівої півкуль головного мозку людини, можливістю реалізувати принцип гуманітаризації та гуманізації змісту математики в цілому".

Спомагають упровадженню конструктивної моделі навчання дедуктивний характер курсу евклідової геометрії, фізіологія людини, яка з раннього дитинства пізнає геометрію навколо себе у формі фігур і відношень[1], природна придатність, потяг суб'єкта навчання до візуального представлення всіх понять і фактів, строгість, образність і логіка умовиводів у пропозиціях найпершої з наук, реальна можливість алгоритмізації завдань із наступним використанням ІКТН, майже непомітні матеріальні та часові затрати рисункового моделювання, психоемоційна зацікавленість і захоплення учнів, студентів навчальною діяльністю такого роду.

Не секрет, що першопричиною, *метою вивчення геометрії*, як і будь-якої іншої природничо-математичної дисципліни, *є знання*. Проте жодна людина не буде сперечатися, що ця мета по відношенню до елементарної геометрії другорядна, адже переважна більшість шкільних геометричних знань не рекламовані у практичному житті пересічної людини, не надто затребувані вони й у науковій діяльності. Більш важливо, що геометрія, як і математика загалом, *є дієвим засобом загального **розвитку особистості**, морального, естетичного виховання і, що особливо цінно, – **феноменом загальнолюдської культури***. Геометрія виникла не лише із практичних потреб людини, але й із духовних. Багато чудових геометричних фактів, як і предмет в цілому, є найстарішими пам'ятниками світової культури (І.Ф. Шаригін).

Вчителю математики потрібно бути переконаним, що виключно **геометрія є стержнем** *шкільної математики*. Широка геометризація математичної освіти ще зі школи значно скорочує кількість невстигаючих, простіше й глибше засвоюються негеометричні розділи: *в учнів розвивається уява, уявлення, візуальне просторове мислення, вміння діяти – оперувати фактами, а тому значно зростає творчий потенціал*. Геометричні інтерпретації, моделювання в уявленнях якісними рисунками дозволяють краще зрозуміти арифметичні, алгебричні і тригонометричні закономірності, зробити їх наочними, простішими в усвідомленні, запам'ятовуванні та застосуванні.

За умов дедуктивної побудови змісту геометрії, суб'єкту навчання надто важливо усвідомити систему геометричних понять, що вводяться, сенс суджень і умовиводів, які індукують одержання нових фактів, технології кваліфікованого застосування вже пізнаної теорії до вирішення адекватних їй теоретичних і суто практичних (прикладних) пропозицій. *Учень, студент, учитель математики повинні врешті зрозуміти, що **геометрію не можна "вивчити"**, нею слід пройнятися, її потрібно* **логізувати** *та* **унаочнити** *і, отже, переосмислити розумом в уявленнях і уяві.*

Таким чином, *нащо потрібна "Конструктивна геометрія"* як повноцінний навчальний

[1] **"Так усе ж навкруги – геометрія"**! (Ле Корбюз'є, французький архітектор XX ст.).

предмет? По перше, *для глибокого, усвідомленого оволодіння евклідовою геометрією – основою-основ і невід'ємною складовою* **першонауки "Геометрія"**. І, по друге, *для інтелектуального та духовного розвитку особистості.* Йдеться про формування просторових уявлень і уяви, ефективний розвиток логічного мислення засобами геометрії, алгоритмічної та інформаційної культури, вміння встановлювати причинно-наслідкові зв'язки між фактами, обґрунтовувати твердження. Не менш важлива роль наочно-образної геометрії в розвитку продуктивного, творчого мислення, придбання навичок **моделювання** і зримого аналізу ситуацій, опанування **діяльнісного підходу** до вирішення навчальних і життєвих пропозицій, накопичення якостей **індивіда-дослідника**. Крім того, озброєння методами візуального конструктивізму надто сприяє засвоєнню інших природничих і гуманітарних предметів, а особливо – інформатики та обчислювальної техніки.

Використана література

1. *Александров А. Д.* Основания геометрии / А. Д. Александров. – М. : Наука, 1987. – 288 с.
2. *Александров А. Д.* О геометри / А. Д. Александров // Математика в школе. – № 3. – 1980. – С. 56-62.
3. *Боравльов А. П.* Аналіз у розв'язуванні задач на побудову : навчальний посібник / А. П. Боравльов, І. Г. Левчук. – К. : Вища школа, 2002. – 192 с.
4. *Жуковский Н. Е.* Собрание сочинений / Н. Е. Жуковский. – М.-Л. : ГИТТЛ, 1950. – Т. 7. – 608 с.
5. *Ленчук І. Г.* Конструктивна стереометрія в задачах : навчальний посібник / І. Г. Левчук. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2010. – 368 с.
6. Методика викладання стереометрії / за ред. О. М. Астряба, О. С. Дубинчук. – К. : Радянська школа, 1956. – 280 с.
7. Педагогический словарь : в 2-х т. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1960. – Т. 1. – 776 с.
8. *Погорєлов О. В.* Геометрія: Планіметрія : підручник для 7-9 кл. серед. шк. – 3-тє видання / О. В. Погорєлов. – К. : Освіта, 1998. – 223 с.
9. *Працьовитий М. В.* До концепції розвитку математичної освіти // Сучасна математика і математична освіта: здобутки, проблеми, перспективи : матеріали місячника Інституту математики НАН України в НПУ імені М. П. Драгоманова (1 березня – 2 квітня 2004 р.) / упорядник : М. В. Працьовитий (відп. ред.) та ін. – Київ : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2007. – С. 116-121.
10. *Пуанкаре А.* Наука и метод / А. Пуанкаре. – Одесса : Матезис, 1910. – 720 с.
11. *Розенталь И. Л.* Геометрия, динамика, Вселенная. – Изд. 2-е, существ. перераб. / И. Л. Розенталь, И. В. Архангельская. – М. : Едиториал УРСС, 2003. – 200 с.
12. *Ушинский К. Д.* Собрание сочинений / К. Д. Ушинский. – М.-Л. : Изд-во АПН, 1949. – Т. 6. – 447 с.
13. *Усова Н. А.* Роль и место графической культуры в профессии будущего учителя / Н. А. Усова // Вестник РУДН, сер. "Информатизация образования". – М., 2008. – № 2. – С. 103-107.
14. *Фридман Л. М.* Наглядность и моделирование в обучении / Л. М. Фридман. – М. : Знание, 1984. – 80 с.
15. *Четверухін М. Ф.* Рисунки просторових фігур у курсі стереометрі / М. Ф. Четверухін. – К. : Радянська школа, 1953. – 384 с.
16. *Шарыгин И. Ф.* Нужна ли школе XXI века Геометрия? / И. Ф. Шарыгин // Математика в школе. – № 4. – 2004. – С. 72-79.

References:

1. *Aleksandrov A. D.* Osnovany`ya geometry`y` / A. D. Aleksandrov. – M. : Nauka, 1987. – 288 s.
2. *Aleksandrov A. D.* O geometry` / A. D. Aleksandrov // Matematy`ka v shkole. – № 3. – 1980. – S. 56-62.
3. *Boravl`ov A. P.* Analiz u rozv'yazuvanni zadach na pobudovu : navchal`ny`j posibny`k / A. P. Boravl`ov, I. G. Levchuk. – K. : Vy`shha shkola, 2002. – 192 s.
4. *Zhukovsky`j N. E.* Sobrany`e sochy`neny`j / N. E. Zhukovsky`j. – M.-L. : GY`TTL, 1950. – T. 7. – 608 s.
5. *Lenchuk I. G.* Konstrukty`vna stereometriya v zadachax: navchal`ny`j posibny`k / I. G. Levchuk. – Zhy`tomy`r : Vy`d-vo ZhDU im. I. Franka, 2010. – 368 s.
6. Metody`ka vy`kladannya stereometriyi / za red. O. M. Astryaba, O. S. Duby`nchuk. – K. : Radyans`ka shkola, 1956. – 280 s.
7. Pedagogy`chesky`j slovar` : V 2-x t. – M. : Y`zd-vo APN RSFSR, 1960. – T. 1. – 776 s.
8. *Pogoryelov O. V.* Geometriya : Planimetriya : Pidruchny`k dlya 7-9 kl. sered. shk. 3-tye vy`dannya / O. V. Pogoryelov. – K. : Osvita, 1998. – 223 s.
9. *Pracz`ovy`ty`j M. V.* Do koncepciyi rozvy`tku matematy`chnoyi osvity` // Suchasna matematy`ka i matematy`chna osvita : zdobutky`, problemy`, perspekty`vy` : materialy` misyachny`ka Insty`tutu matematy`ky` NAN Ukrayiny` v NPU imeni M. P. Dragomanova (1 bereznya – 2 kvitnya 2004 r.) / uporyadny`k : M. V. Pracz`ovy`ty`j (vidp.red.) ta in. – Ky`yiv : Vy`d-vo NPU imeni M. P. Dragomanova, 2007. – S. 116-121.

10. *Puankare A.* Nauka y` metod / A. Puankarc. – Odessa : Matezy`s, 1910. – 720 s.
11. *Rozental` Y`. L.* Geometry`ya, dy`namy`ka, Vselennaya. – Y`zd. 2-e, sushhestv.pererab / Y`. L. Rozental`, Y`. V. Arxangel`skaya. – *M. : Edy`tory`al URSS, 2003. – 200 s.*
12. *Ushy`nsky`j K. D.* Sobrany`e sochy`neny`j / K. D. Ushy`nsky`j. – M.-L. : Y`zd-vo APN, 1949. – T. 6. – 447 s.
13. *Usova N. A.* Rol` y` mesto grafy`cheskoj kul`tury` v professy`y` budushhego uchy`telya / N. A. Usova // Vestny`k RUDN, ser. "Y`nformaty`zacy`ya obrazovany`ya". – M., 2008. – № 2. – S. 103-107.
14. *Fry`dman L. M.* Naglyadnost` y` modely`rovany`e v obucheny`y` / L. M. Fry`dman. – M. : Znany`e, 1984. – 80 s.
15. *Chetveruxin M. F.* Ry`sunky` prostorovy`x figur u kursi stereometri / M. F. Chetveruxin.˜ – K. : Radyans`ka shkola, 1953. – 384 s.
16. *Shayr`gy`n Y`. F.* Nuzhna ly` shkole XXI veka Geometry`ya? / Y`. F. Shary`gy`n // Matematy`ka v shkole. – № 4. – 2004. – S. 72-79.

Працевитый М. В., Ленчук И. Г. Евклидовая геометрия: конструктивная составляющая.

В работе обосновывается целесообразность усиления конструктивной составляющей в геометрических курсах (школьных и университетских). Для этого предлагается соответствующее содержательное наполнение с толкованием терминов "конструктивизм", "конструктивная геометрия" и методов визуальных наглядно-образных действий, на базе которых реализуется конструктивный подход к изучению геометрических объектов (фигур и отношений). Определяются основания для автономии конструктивной геометрии с описанием ей характерных черт (признаков). Приводятся аргументы возможного введения самостоятельного курса (раздела) "Конструктивная элементарная геометрия", базирующегося исключительно на конструктивных геометрических идеях.

Ключевые слова: *конструктивизм, бинарное моделирование, приведение к наглядному виду, геометризация предложений.*

Pratsiovytyi M. V., Lenchuk I. G. Euclidean geometry: a component of constructive.

In this paper we show the necessity of strengthening of constructive part in geometric courses (school and university). For this purpose we propose the appropriate meaningful interpretation of the terms "constructivism" and "constructive geometry" and methods of visual-imagery actions on the basis of which constructive approach to studying of geometrical objects (figures and ratios) is realized. Also we define the basis for autonomy of constructive geometry with describing features immanent for it. We put arguments for possible introduction of independent course (section) "Constructive elementary geometry" based on ideas of constructive geometry only..

Keywords: *constructivism in geometry, constructive geometry, binary modeling, leading to an intuitive mind, geometrization proposals.*

УДК 159.922.762:616.89

Руденко Л. М.

МІЖОСОБИСТІСНІ СТОСУНКИ ДІТЕЙ З РОЗУМОВОЮ ВІДСТАЛІСТЮ ЯК ДЕТЕРМІНАНТА АГРЕСИВНОЇ ПОВЕДІНКИ

В статті на підставі власного дослідження за допомогою застосування методу спостереження, методики соціометричних вимірів Дж. Морено доведено що прагнення займати в системі міжособистісних стосунків сприятливе становище переростає у розумово відсталих дітей у важливу потребу, задоволення якої позитивно позначається на розвитку особистості. Незадоволення цієї потреби провокує появу та закріплення негативних, зокрема, агресивних форм поведінки.

Ключові слова: *міжособистісні стосунки, діти з розумовою відсталістю, агресивність, агресивна поведінка.*

Особливості міжособистісних стосунків розумово відсталих дітей, обумовлюються не лише рівнем їх розумового розвитку, але й віком та своєрідністю структури дефекту. Досліджуючи дану проблему, Н. Л. Коломинський [5] зауважував, що особисті стосунки в